

PAULO BOULOS
DECIO LEAL DE ZAGOTTIS

MECÂNICA e CÁLCULO

um curso integrado

2ª edição

Blucher

VOLUME **1**

Solução. Temos

$$30 = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,5}{\Delta t}$$

logo

$$\Delta t = \frac{1}{60}$$

Então

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40}{\frac{1}{60}} = 2400 \text{m/s}^2 \quad \blacktriangleleft$$

3.4 – ASPECTOS COMPLEMENTARES

A idéia da passagem ao limite para se obter a velocidade escalar instantânea consolidou-se com Newton, considerado juntamente com Leibniz, o criador do Cálculo. Uma excelente análise crítica da conceituação de velocidade escalar instantânea estabelecida por Newton é feita por Campbell, que, em [14], analisando um movimento em queda livre em que t e $s(t)$ foram medidos, constrói a tabela mostrada, com t em segundos e s numa unidade de comprimento igual a 4,9m, e tece as seguintes considerações:

t	s(t)
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

"O corpo que cai, como todos os demais corpos, possui uma 'velocidade'. Por velocidade de um corpo, queremos dizer a distância percorrida em um certo tempo, e medimos a velocidade dividindo aquela distância por aquele tempo. Mas esta maneira de medir velocidade dá um resultado definido apenas quando a velocidade é constante, isto é, quando a distância percorrida é proporcional ao tempo, e a distância percorrida em qualquer intervalo de tempo é sempre a mesma. Esta condição não é satisfeita em nosso exemplo; a distância de queda no primeiro segundo é 1, no seguinte, 3, no terceiro, 5, no seguinte, 7, e assim por diante. Nós usualmente exprimimos esse fato dizendo que a velocidade cresce à medida que o corpo cai; mas nós devíamos realmente nos perguntar se existe algo como a velocidade neste caso, e, portanto, se a

afirmação pode ter algum significado. Pois o que é a velocidade do corpo no fim do terceiro segundo — isto é, no instante denominado 3? Poderíamos dizer que ela deve ser encontrada considerando a distância percorrida no segundo anterior a 3, que é 5, ou no segundo posterior a 3, que é 7, ou no segundo do qual o instante 3 é o centro, que acontece ser 6. Ou, novamente, poderíamos dizer que ela deve ser encontrada considerando metade da distância percorrida nos dois segundos, dos quais 3 é o centro (2 e 4), o que dá novamente 6. Nós obtemos valores diferentes para a velocidade de acordo com qual dessas alterna-

tivas nós adotamos. Existem, sem dúvida, boas razões, neste exemplo, para escolher a alternativa b, pois duas maneiras (e realmente bem mais do que duas, todas elas plausíveis) levam ao mesmo resultado. Mas se considerarmos uma relação mais complicada entre tempo e distância do que aquelas da tabela, nós poderíamos descobrir que essas duas maneiras davam resultados diferentes, e nenhuma delas seria obviamente mais plausível do que qualquer alternativa. Atribuímos, então, realmente algum significado à velocidade nesses casos, e se atribuímos, que significado é esse?

É aqui que a Matemática pode nos ajudar. Simplesmente pensando sobre o assunto, Newton, o maior de todos os matemáticos, criou uma regra, através da qual, ele sugeriu, a velocidade poderia ser obtida em todos os casos. É uma regra aplicável a todos os tipos de relações entre tempo e distância que realmente ocorrem; e ela dá o resultado 'plausível' sempre que a relação é suficientemente simples para que uma das alternativas se mostre mais plausível do que outra. Além disso, é uma regra muito bela e engenhosa: ela é baseada em idéias que são atraentes por si mesmas e que, sob todos os aspectos, apelam para o senso estético do matemático. Ela nos habilita, quando conhecemos a relação entre tempo e distância, a medir de maneira única e bem determinada, a velocidade em todos os instantes, qualquer que seja a maneira complicada pela qual a velocidade estiver variando. Tais aspectos, conseqüentemente, sugerem fortemente que adotemos como velocidade o valor obtido de acordo com esta regra.

Mas pode existir alguma dúvida sobre se estamos certos ou errados ao adotar esse valor? pode a experiência mostrar que deveríamos adotar um valor e não outro? Sim, ela pode. Quando a velocidade é constante e podemos medi-la sem ambigüidade, podemos estabelecer leis entre essa velocidade e certas das propriedades dos corpos em movimento. Assim, se fizermos uma bola de aço atingir um bloco de chumbo, ela produzirá uma depressão no mesmo, determinada pela sua velocidade; e quando tivermos estabelecido, por observações deste tipo, a relação entre a velocidade e o tamanho da depressão, poderemos, obviamente, usar o tamanho da depressão para medir a velocidade. Suponhamos agora que o nosso corpo em queda seja uma bola de aço, e que façamos com que ele atinja um bloco de chumbo, após cair através de distâncias diferentes; iremos descobrir que a sua velocidade, calculada pelo tamanho da depressão, concorda exatamente com a velocidade calculada pela regra de Newton, e não com aquelas calculadas por qualquer outra regra (desde que, obviamente, a outra regra não dê os mesmos resultados que a de Newton). Esta, eu espero que o leitor concorde, é uma prova bem definida de que a regra de Newton é a correta.